

Statistique et aide à la décision 2024-2025

Evaluation - Session 1 (durée : 1h)

10 juin 2025

Nom Prénom :

Tous les documents sont autorisés. L'usage du téléphone portable est interdit.

Exercice - Analyse sensorielle de fromages

Un laboratoire d'analyse sensorielle souhaite comparer les profils sensoriels de trois groupes d'emmentals, de niveaux de conformité différents (1 : pas de conformité, 2 : conformité modérée, 3 : conformité excellente).

On dispose pour cela de 52 emmentals répartis dans les trois groupes de conformité et décrits par 17 descripteurs sensoriels (sur une échelle quantitative de 0 à 6) : parfu (parfum global), propi (parfum propionique), butyr (parfum butyrique), tferm (texture ferme), tsoup (texture souple), tgran (texture granuleuse), tcoll (texture collante), tfond (texture fondante), tcara (texture caractéristique), ginte (intensité du goût), gacid (intensité du goût acide), gsale (intensité du goût salé), gsucr (intensité du goût sucré), gpiqu (intensité du goût piquant), gfrui (intensité du goût fruité), gamer (intensité du goût amer), gcara (intensité du goût caractéristique).

Les statistiques descriptives usuelles sont données ci-après :

parfu	propi	butyr	tferm	tsoup
Min. :3.30	Min. :2.60	Min. :2.10	Min. :2.60	Min. :3.00
1st Qu.:4.00	1st Qu.:3.40	1st Qu.:2.80	1st Qu.:3.48	1st Qu.:3.88
Median :4.35	Median :3.65	Median :3.15	Median :3.85	Median :4.10
Mean :4.37	Mean :3.66	Mean :3.18	Mean :3.99	Mean :4.08
3rd Qu.:4.80	3rd Qu.:4.00	3rd Qu.:3.50	3rd Qu.:4.60	3rd Qu.:4.30
Max. :5.40	Max. :4.60	Max. :4.90	Max. :5.70	Max. :5.30
tgran	tcoll	tfond	tcara	ginte
Min. :2.00	Min. :2.70	Min. :2.50	Min. :2.40	Min. :3.10
1st Qu.:2.77	1st Qu.:3.30	1st Qu.:3.27	1st Qu.:3.38	1st Qu.:4.50
Median :3.30	Median :3.40	Median :3.80	Median :3.65	Median :4.70
Mean :3.43	Mean :3.48	Mean :3.78	Mean :3.69	Mean :4.66
3rd Qu.:4.03	3rd Qu.:3.70	3rd Qu.:4.20	3rd Qu.:4.00	3rd Qu.:4.90
Max. :5.40	Max. :4.40	Max. :5.40	Max. :4.90	Max. :5.80
gacid	gsale	gsucr	gpiqu	gfrui
Min. :2.00	Min. :3.00	Min. :2.10	Min. :2.40	Min. :2.40
1st Qu.:3.10	1st Qu.:3.48	1st Qu.:2.77	1st Qu.:3.10	1st Qu.:3.30
Median :3.60	Median :3.90	Median :3.10	Median :3.50	Median :3.50
Mean :3.57	Mean :3.87	Mean :3.08	Mean :3.58	Mean :3.61
3rd Qu.:4.03	3rd Qu.:4.20	3rd Qu.:3.40	3rd Qu.:4.10	3rd Qu.:3.92
Max. :4.80	Max. :4.90	Max. :4.00	Max. :4.80	Max. :4.90
gamer	gcara	Conform		

Min.	:2.30	Min.	:2.30	1:	9
1st Qu.	:3.10	1st Qu.	:3.10	2:	25
Median	:3.40	Median	:3.40	3:	18
Mean	:3.45	Mean	:3.40		
3rd Qu.	:3.80	3rd Qu.	:3.73		
Max.	:4.70	Max.	:4.50		

Dans un premier temps, on cherche à savoir quel descripteur sensoriel permet le mieux d'expliquer la conformité d'un fromage (si on doit en choisir un, lequel ?).

Question 1

Dans la problématique ci-dessus, quelle est la variable réponse ? Quelle est la variable explicative ? De quelles nature (quantitative ou catégorielle) sont ces variables ? (si catégorielle, donnez le nombre de modalités)

Réponse

Question 2

Donnez le nom usuel et l'expression mathématique d'un modèle répondant à la problématique ci-dessus.

Réponse

Les commandes R ci-après implémentent une méthode permettant de trouver le descripteur sensoriel expliquant le mieux la conformité d'un fromage (l'argument steps=1 permet de ne procéder qu'à la 1ère étape de l'algorithme) :

```
mod <- nnet::multinom(Conform~.,data=dta,
                      maxit=1500,trace=0)
select <- RcmdrMisc::stepwise(mod,
                              direction="forward",
                              criterion="AIC",steps=1)
```

```
Direction: forward
Criterion: AIC
```

```
Start: AIC=110.38
Conform ~ 1
```

	Df	AIC
+ tfond	2	90.71
+ tgran	2	92.35
+ tcara	2	104.82
+ tcoll	2	108.40
+ gcara	2	109.29
+ tsoup	2	109.39
<none>		110.38
+ butyr	2	110.57
+ gfrui	2	110.94
+ tferm	2	112.36
+ ginte	2	112.45
+ gsale	2	112.99
+ gpiqu	2	113.25
+ parfu	2	113.60
+ gacid	2	113.71
+ propi	2	113.81
+ gamer	2	113.84
+ gsucr	2	113.95

```
Step: AIC=90.71
Conform ~ tfond
```

Question 3

D'après le tableau ci-dessus, quel est le descripteur sensoriel expliquant le mieux la conformité d'un fromage ? Selon quel critère ce descripteur est-il le plus explicatif ?

Réponse

Question 4

Dans le tableau ci-dessus, pourquoi la colonne Df contient-elle la valeur de 2 à chaque ligne ? (pourquoi 2 et pas une autre valeur ?)

Réponse

Le tableau suivant donne les coefficients du modèle sélectionné ci-dessus :

```
coef(select)
```

```
(Intercept)  tfond
2      -4.89874  1.74575
3      -14.19216  4.00816
```

Question 5

D'après le tableau ci-dessus, comment décririez-vous le lien entre la conformité d'un fromage et le descripteur sensoriel ?

Réponse

Les commandes suivantes affichent la table d'analyse de la déviance du modèle complet :

```
car::Anova(mod)
```

```
Analysis of Deviance Table (Type II tests)
```

```
Response: Conform
      LR Chisq Df Pr(>Chisq)
parfu    0.00  2      1
propi    0.00  2      1
butyr    0.00  2      1
tferm    0.00  2      1
tsoup    0.00  2      1
tgran    0.00  2      1
tcoll    0.00  2      1
tfond    0.00  2      1
```

```

tcara      19.64  2  5.45e-05 ***
ginte      0.00  2           1
gacid      0.00  2           1
gsale      0.00  2           1
gsucr      0.00  2           1
gpiqu      0.00  2           1
gfrui      0.00  2           1
gamer      0.00  2           1
gcar      0.00  2           1
---

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Question 6

Comment expliquez-vous la p-value associée au descripteur que vous avez identifié comme étant le plus explicatif à la question 3 ?

Réponse

On reprend maintenant la procédure de sélection déjà implémentée partiellement plus haut. Cette fois, on ne limite pas le nombre d'étapes :

```

select <- RcmdrMisc::stepwise(mod,
                               direction="forward/backward",
                               criterion="AIC",trace=0)

```

```

Direction: forward/backward
Criterion: AIC

```

```
car::Anova(select)
```

Analysis of Deviance Table (Type II tests)

Response: Conform

```

      LR Chisq Df Pr(>Chisq)
butyr  30.39  2  2.52e-07 ***
gfrui  35.26  2  2.21e-08 ***
tcara  45.80  2  1.13e-10 ***
gsale  39.08  2  3.26e-09 ***
tgran  26.52  2  1.74e-06 ***
gsucr  23.95  2  6.30e-06 ***
tcoll  37.65  2  6.68e-09 ***
parfu  31.03  2  1.83e-07 ***
gcar   20.46  2  3.61e-05 ***
---

```

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Question 7

Le descripteur sensoriel identifié comme le plus explicatif à la question 3 fait-il partie de la sélection finale ? Comment expliquez-vous cela (en des termes compréhensibles par un.e non-statisticien.ne) ?

Réponse

Le modèle sélectionné ci-dessus est maintenant utilisé pour prédire la classe de conformité des fromages par la règle de Bayes (maximum a posteriori). Les commandes R ci-dessous donnent la matrice de confusion de cette règle de classification :

```
predictions <- predict(select,type="class")
confusion <- table(dta$Conform,predictions)
RcmdrMisc::rowPercents(confusion)
```

	predictions			Total	Count
	1	2	3		
1	100	0	0	100	9
2	0	100	0	100	25
3	0	0	100	100	18

Question 8

Quelle est la valeur de l'accuracy pour la règle de classification ci-dessus ?

Réponse

La performance de prédiction de cette règle de classification est maintenant évaluée par validation croisée :

```
n <- nrow(dta)
cv_pred <- rep(0,times=n)
for (k in 1:n) {
  mod <- nnet::multinom(Conform~.,data=dta[-k,],
                        maxit=1500,trace=0)
  invisible(
    capture.output(      # Ne pas faire attention à ces deux lignes
      select <- RcmdrMisc::stepwise(mod,      # (supprime les affichages intempestifs)
                                direction="forward",
                                criterion="AIC",trace=0)
    )
  cv_pred[k] <- predict(select,newdata=dta[k,],type="class")
}
confusion <- table(dta$Conform,cv_pred)
RcmdrMisc::rowPercents(confusion)
```

	cv_pred				
	1	2	3	Total	Count
1	55.6	44.4	0.0	100	9
2	4.0	80.0	16.0	100	25
3	0.0	16.7	83.3	100	18

Question 9

Dans la procédure de validation croisée ci-dessus, comment sont définis les échantillons d'apprentissage et de test ?

Réponse

Question 10

Comment expliqueriez-vous à un.e non-statisticien.ne que les performances de classification observées sans validation croisée et avec validation croisée soient aussi différentes ?

Réponse